

Contrôle continu

Le modèle de Solow

Soit Y une fonction de production de type Cobb-Douglas. On suppose que $\alpha = 1/3$. La fonction de production est donc :

$$Y = AK^{1/3}L^{2/3} \tag{1}$$

avec K le facteur capital, L le facteur travail et A qui représente le progrès technique.

(a) Grâce à la règle des pourcentages, il est possible de décomposer le taux de croissance de la production Y en trois composantes : la variation du facteur capital (K), la variation du facteur travail (L) et celle du progrès technique (A). Ecrivez cette décomposition :

(b) Utilisez l'expression de la question a) pour mettre en évidence le résidu de Solow.

(c) On suppose que $A = 1$. Calculez les productivités marginales du capital (PMK) et du travail (PML) :

(d) La fonction de production (1) a-t-elle des rendements d'échelles croissants, constants ou décroissants ? Démontrez-le.

(e) Ecrivez la fonction de production en utilisant le fait que $y = Y/L$.

(f) On notera s le taux d'épargne des ménages et δ le taux de dépréciation. Ecrivez la loi d'accumulation du capital par travailleur.

Tableau 1 – L'état stationnaire

(1) Capital par tête k	(2) Production par tête y	(3) Consommation par tête c	(4) Investissement par tête i	(5) Dépréciation par tête δk	(6) Variation du capital par tête Δk
0					
1					
8					
27					

(g) Utilisez votre réponse à la question (e) pour compléter la colonne (2) du Tableau 1.

(h) Si le taux d'épargne est $s = 0,10$, quelle est la valeur du taux de consommation $(1 - s)$? Complétez la colonne (3).

(i) Ecrivez l'investissement par travailleur en fonction de y et s . Complétez la colonne (4).

(j) On fait l'hypothèse que le capital a une durée de vie de 40 ans. Calculez δ et complétez la colonne (5).

(k) Utilisez votre réponse à la question (f) pour compléter la colonne (6).

(l) Calculez algébriquement le stock de capital par travailleur à l'état stationnaire k^* . Repérez k^* dans le Tableau 1.

