Principes de macroéconomie
Université de Cergy-Pontoise – Licence I, semestre 2
Année 2015-2016

Contrôle continu

Exercice 1 – Résidu de Solow

1) Le résidu de Solow en théorie

Soit Y une fonction de production à rendements constants de type Cobb-Douglas. On suppose que $\alpha = 0{,}3$. La fonction de production est donc :

$$Y = AK^{0,3}L^{0,7} \tag{1}$$

avec A le progrès technique, K le facteur capital et L le facteur travail.

a) Grâce à la règle des pourcentages, il est possible de décomposer le taux de croissance de la production Y en trois composantes : la variation du facteur capital, la variation du facteur travail, la variation liée au progrès technique. Ecrivez cette décomposition :

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A}{A} + 0,3\frac{\Delta K}{K} + 0,7\frac{\Delta L}{L}$$

b) Utilisez l'expression de la question a) pour mettre en évidence le résidu de Solow.

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta Y}{Y} - 0,3\frac{\Delta K}{K} - 0,7\frac{\Delta L}{L}$$

c) En une phrase, expliquez ce qu'est le résidu de Solow :

Le résidu de Solow, c'est la croissance du produit total non expliquée par l'accumulation des facteurs de production capital et travail. (*D'autres propositions, également acceptables :* Il s'agit de la productivité globale des facteurs, la principale explication étant le progès technique, mais d'autres facteurs, tels que la qualité des institutions, peuvent jouer.)

2)Application : Voici les données pour la France en 2000 et en 2010 :

Tableau 1 – Données françaises : stock de capital, heures travaillées, production en 2000 et en 2010

	Capital (K)	Travail (L)	PIB (Y)
2000	5 558 700	38 714	1 695 900
2010	6 769 300	39 435	1 893 500
Croissance annuelle moyenne	2%	**0.2%**	1.1%

Note : Le stock de capital K et le produit Y sont exprimés en millions de dollars constants de 2005. Le travail L est exprimé en millions d'heures travaillées. Source : World Penn Table 8.1.

a) Ecrivez le calcul qui permet d'obtenir le taux de croissance annuel moyen marqué en caractères gras dans le Tableau 1.

$$0{,}2\ \% = \left(\frac{39435}{38714}\right)^{\frac{1}{10}} - 1$$

b) Comment l'interprétez-vous ? Ecrivez une phrase.

En France, entre 2000 et 2010, la quantité d'heures travaillées a augmenté de 0.2% par an en moyenne.

c) En vous aidant de la formule que vous avez écrite dans la partie 1) b) ci-dessus, ainsi que de la dernière ligne du Tableau 1, calculez le résidu de Solow pour la France.

$$\frac{\Delta A}{A} = 1,1 - 0,3 \times 2 - 0,7 \times 0,2 = 0,36$$

En France entre 2000 et 2010, sur 1,1 points de croissance annuelle moyenne, 0,36 points (soit environ un tiers) ne s'expliquent ni par l'accumulation du capital ni par l'accumulation du travail.

Exercice 2 – Modèle de Solow

Dans tout l'exercice, on considère le modèle de Solow sans croissance démographique ni progrès technique. Soit une fonction de production de type Cobb-Douglas de la forme suivante :

$$Y = F(K, L) = K^{1/3}L^{2/3} \tag{2}$$

1) La dynamique du capital

a) Après avoir défini la propriété des rendements d'échelle constants, montrez que la fonction ci-dessus vérifie cette propriété.

Définition : Les rendements sont constants lorsque la production varie dans la même proportion que celle des facteurs de production utilisés.
$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^{1/3}(\lambda L)^{2/3} = \lambda^{1/3}\lambda^{2/3}K^{1/3}L^{2/3} = \lambda K^{1/3}L^{2/3}$.

b) En utilisant le fait que $y = \dfrac{Y}{L}$, montrez que la fonction de production par tête s'écrit $y = f(k) = k^{1/3}$ (où $k = \dfrac{K}{L}$ et $f(k) = F(k, 1)$).

$y = \frac{Y}{L} = (\frac{K}{L})^{1/3}(\frac{L}{L})^{2/3} = (\frac{K}{L})^{1/3} = k^{1/3} = f(k)$.

c) Rappelez alors la loi d'accumulation du capital en explicitant les termes qui la composent. On notera δ le taux de dépréciation du capital et s le taux d'épargne des ménages.

$\Delta k = i - \delta k = sf(k) - \delta k$ où $sf(k)$ est l'investissement et δk représente l'amortissement.

2) L'état stationnaire

a) Comment est défini l'état stationnaire de l'économie dans le modèle de Solow ? Donnez la formule.

$\Delta k = 0$ donc $sf(k) = \delta k$

b) On suppose que les ménages épargnent deux tiers de leur revenu et que la durée de vie du capital est de trois ans. Quelles sont alors les valeurs prises par le taux d'épargne s et le taux de dépréciation δ ? Montrez alors qu'à l'état stationnaire de l'accumulation du capital, le niveau stationnaire du capital par tête est $k^* = 2^{3/2} = \sqrt{8} \approx 2,8$.

$s = 2/3$ et $\delta = 1/3$. On a donc à l'état stationnaire $\frac{2}{3}k^{*1/3} = \frac{1}{3}k^* \Leftrightarrow k^{*2/3} = 2 \Leftrightarrow k^* = 2^{3/2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

c) Quels sont les niveaux stationnaires du revenu par tête y^*, de l'investissement par tête i^* et de la consommation par tête c^* ? A long terme, à quel taux croît le revenu par tête ?

On a donc à l'état stationnaire : $y^* = k^{*1/3} = 2^{3/2*1/3} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$ $i^* = s.y^* = \frac{2}{3}\sqrt{2} = \sqrt{8}/3$ $c^* = (1-s)y^* = \sqrt{2}/3$ À l'état stationnaire du capital par tête, le taux de croissance du revenu par tête est aussi à l'état stationnaire, donc son taux de croissance est nul à long terme. (possible démonstration par la règle des pourcentages : $\frac{\Delta y^*}{y^*} = \frac{1}{3}\frac{\Delta k^*}{k^*} = \frac{1}{3}.0 = 0$)

d) Quel effet aura une diminution du taux d'épargne des ménages sur le niveau stationnaire du revenu par tête ? Appuyez votre réponse en représentant graphiquement l'état stationnaire de l'économie et l'effet d'une diminution du taux d'épargne sur celui-ci, et expliquez ce qui se passe sur le graphique.

NB : N'oubliez pas la légende des axes et le libellé des fonctions. Vous nommerez le nouveau taux d'épargne s' et le niveau stationnaire du capital par tête correspondant $k^{*\prime}$.

[graphique]

La baisse du taux d'épargne diminue le niveau stationnaire l'investissement par tête et donc celui du capital par tête, ce qui en résulte une baisse du niveau stationnaire du revenu par tête.

e) Suite à cette baisse du taux d'épargne, le niveau stationnaire du revenu par tête :
(entourez la bonne réponse)

- augmente
- $\boxed{\text{diminue}}$
- ne varie pas

Quel sera l'effet sur le taux de croissance du revenu par tête à long terme ? Ecrivez une phrase.

Ce sera sans effet sur le taux de croissance du revenu par tête à long terme.

f) **Pour cette question uniquement,** on suppose que la quantité de travail utilisée dans l'économie croît au taux constant n. Quel serait alors le taux de croissance à long terme du revenu par tête ? celui du revenu total de l'économie ?

Le taux de croissance du revenu par tête est toujours nul. Celui du revenu total de l'économie sera donc $\Delta Y^*/Y^* = \Delta y^*/y^* + \Delta L^*/L^* = 0 + n = n$.

3) La règle d'or

a) Qu'est-ce qui caractérise l'état stationnaire de la règle d'or ? Ecrivez une phrase.

A l'état stationnaire dicté par la règle d'or, la consommation par travailleur est maximale.

b) Montrez que la consommation par tête à l'état stationnaire c^* est fonction du capital par tête k^*.

On sait qu'à l'équilibre sur le marché des biens $y = c + i$ car il n'y a pas de dépenses gouvernementales.
Comme $y = f(k^*)$ et $i^* = \delta k^*$ à l'état stationnaire, alors $c^* = f(k^*) - \delta k^*$.

c) Rappelez la règle d'or.

A la règle d'or, on a : $Pmk^* = \delta$. Comme $Pmk = f'(k^*)$, on a donc : $f'(k^*) = \delta$.

d) En vous aidant de la question c), montrez qu'à l'état stationnaire de la règle d'or, si la valeur du taux de dépréciation du stock de capital $\delta = \frac{1}{3}$, alors la valeur du stock de capital par tête est $k^*_{or} = 1$.

D'après la question c), on a : $\frac{1}{3}(k^*_{or})^{-2/3} = \frac{1}{3}$. Donc $(k^*_{or})^{-2/3} = 1$. On retrouve bien $k^*_{or} = 1$.

e) Supposons que l'économie a convergé vers l'état stationnaire où le stock de capital par tête est au niveau k^* trouvé à la question 2.b), cette économie a accumulé à long terme : *(entourez la bonne réponse)*

- trop de capital par tête,
- pas assez de capital par tête,
- autant de capital par tête que nécessaire.

f) Pour atteindre l'état stationnaire dicté par la règle d'or, l'Etat devrait donc : *(entourez la bonne réponse)*

- augmenter la valeur du taux d'épargne s,
- diminuer le taux d'épargne s,

- ne rien faire.

g) Quelle devrait-être alors la valeur du taux d'épargne s_{or} pour que l'économie atteigne l'état stationnaire dicté par la règle d'or k^*_{or} ?

A l'état stationnaire dicté par la règle d'or, on a : $s_{or}f(k^*_{or}) = \delta k^*_{or}$. Donc, $s_{or} = \frac{\delta k^*_{or}}{f(k^*_{or})}$. Application numérique : $s_{or} = \frac{1/3 \times 1}{1^{1/3}}$, soit $s_{or} = \frac{1}{3}$. Pour atteindre la règle d'or, le gouvernement doit mettre en place une politique économique incitant les ménages à épargner uniquement un tiers de leur revenu.