

EXAMEN D'ANALYSE STATISTIQUE

Deuxième Session

Questions de cours :

Soit un estimateur $\theta = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ où le vecteur X_1, \dots, X_n est un échantillon simple au hasard. θ est-il une variable aléatoire ? Comment détermine-t-on la précision d'un estimateur ? (*pas de démonstration*)

Exercice 1 : Fonctions de densité, répartition et quantiles

Soit la fonction de densité pour une variable aléatoire X continue définie sur $[0 ; 30]$ par

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{k}{2} & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

- 1) Tracez cette fonction puis à l'aide d'un raisonnement géométrique indiquez quelle valeur doit prendre k pour que la fonction f soit une fonction de densité.
- 2) Donnez l'expression de F , la fonction de répartition de f .
- 3) Tracez la fonction de répartition
- 4) La loi est-elle symétrique ? Quelle est la médiane ?
- 5) Indiquez la valeur des quantiles $Q_{20\%}$ et $Q_{80\%}$
- 6) Calculez $Q_{5\%} = F^{-1}(0,05)$ et interprétez.

Exercice 2 : Sondages

Afin de prévoir les résultats d'une élection, on réalise un sondage d'opinion dans une ville constituée de 3800 électeurs. Les préférences électorales issues d'un échantillon simple au hasard se répartissent ainsi :

X_i	Candidat A ($X = 1$)	Candidat B ($X = 0$)
Y_j		
Cadres ($Y = y_1$)	40	28
Professions intermédiaires ($Y=y_2$)	245	188
Employés – Ouvriers ($Y = y_3$)	352	324

