

Statistique - Planche de TD n°2  
L2 S2 - Economie et Finance - Economie  
Gestion, DU, et CMI\*

## 1 Echantillonnage

### 1.1 Compréhension du Cours\*

1) Utilisez un exemple pour mettre en évidence la différence de fond entre le fait qu'un évènement ait une fréquence d'apparition de 43% et le fait que cet évènement ait une probabilité de 43%.

2) Donnez la définition de la moyenne empirique et de la variance empirique, sont-elles des variables aléatoires ?

3) Donnez la formule d'un intervalle de pari bilatéral de niveau 95% pour une statistique  $Tn$  d'un échantillon gaussien issu d'une variable aléatoire parente d'espérance  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ .

### 1.2 Assurance Auto\*

Une étude portant sur une population de 200000 conducteurs automobiles a permis de mettre en évidence que le montant annuel moyen des dommages est de  $400E$ , avec un écart-type de  $150E$ . 100 conducteurs sont tirés sans remise dans cette population.

1) Quel est l'intervalle bilatéral dans lequel le dommage annuel moyen des conducteurs de l'échantillon a 80% de chances de se trouver ?

2) Même question avec 95%

3) Même question qu'en 1) mais avec un échantillon de taille 1000. Commentez.

### 1.3 Ventes téléphoniques

Une étude a montré que le meilleur commercial d'une compagnie bancaire réalise en moyenne 1 vente sur 4 appels téléphoniques. Déterminez la probabilité que,

---

\*Les exercices les plus importants sont marqués d'un \*.

sur 825 appels au hasard ce commercial réalise plus de 29% des ventes. (*Rédaction détaillée avec définition de la population, de l'échantillon et des statistiques empiriques éventuelles*)

#### 1.4 Temps de Trajet\*

En Novembre 2015, une étude a montré que les 12000 étudiants d'une université de l'Ouest parisien consacrent en moyenne 38 minutes à leur temps de trajet entre leur domicile et l'université. L'écart-type du temps de trajet était de 12 minutes. En Novembre 2016, les membres de l'association des étudiants interrogent au hasard 152 étudiants. Ils calculent le temps moyen dans l'échantillon et constatent qu'il atteint 43 min. Les étudiants de l'association concluent que les résultats de l'étude de 2015 ne sont plus valables. Qu'en pensez-vous ? *Rédigez.*

#### 1.5 Proportion

Une étude a montré que la taille moyenne des hommes est de 175 cm avec un écart-type de 4 cm.

- 1) Quelle est la probabilité qu'un homme tiré au hasard ait une taille supérieure à 178 cm ?
- 2) Quelle est la probabilité que, dans un échantillon aléatoire simple de taille 100, la taille moyenne soit supérieure à 178 cm ?
- 3) Que devient la réponse à la question 2 si la variable aléatoire parente est normale ?

#### 1.6 Prospection Commerciale

D'après les données fiscales (exhaustives) de la population résidant en France en 2016, le salaire mensuel net moyen dans la population atteint 1608 euros avec un écart-type de 1000 euros. Ce salaire est calculé sur la part des salariés de la population en âge de travailler, soit 60% de 40 millions de personnes. Vous êtes responsable des ventes d'un produit destiné aux personnes les mieux dotées, c'est-à-dire que votre cible commerciale concerne essentiellement les salariés émargeant à 2000 euros par mois ou plus. Vous choisissez de prospecter par tirage au sort de 25 salariés au sein de la population des salariés résidant en France. Est-il possible que la moyenne de l'échantillon sélectionné soit supérieure ou égale à 2000 euros ? Pourquoi ?

#### 1.7 Salaire d'un agent immobilier

Un agent immobilier vend des maisons individuelles. Chaque jour ouvrable, il peut espérer vendre une maison avec une probabilité de 10%. L'année comporte 250 jours ouvrables. La rémunération mensuelle de l'agent immobilier comprend une partie fixe de  $2000E$  et une partie variable correspondant à une commission de  $1500E$  par maison vendue.

- 1) Déterminer la loi exacte de  $X$ , nombre de maisons vendues dans l'année

2) Montrer que l'on peut approcher cette loi par une gaussienne dont on précisera la moyenne et l'écart-type

3) Calculer la probabilité pour que la rémunération annuelle de l'agent immobilier

- a) soit supérieure ou égale à  $72000E$
- b) soit inférieure à  $60000E$
- c) soit comprise entre  $60000E$  et  $72000E$

## 1.8 Comparaison de shampoings

Une savonnerie veut étudier un nouveau shampoing anti-pelluculaire appelé P2. Avec l'ancien shampoing P1, une étude a montré qu'une proportion  $p = 0,4$  de personnes étaient traitées avec succès. L'usine propose de faire un étude comparative de P1 et P2.

1) Avec P1, quelle est la loi de probabilité de  $K$  représentant le nombre de personnes pour qui le traitement est efficace ?

2) Appelons  $F_n = \frac{K}{n}$  la fréquence observée dans l'échantillon. Calculez  $E(F_n)$  et  $V(F_n)$ . Peut-on approximer la loi de  $K$ ? En déduire la loi de  $F_n$ .

3) Donner l'intervalle centré sur l'espérance mathématique de  $F_n$  et tel que  $F_n$  s'y trouve avec une probabilité de 90%.

4) Avec P2, 44 personnes sur les 100 interrogées au hasard sont satisfaites du traitement. Que peut-on dire du nouveau shampoing ?

## 1.9 Contrôle dans les aéroports

Un aéroport international transporte annuellement 5 millions de passagers et accueille 24 compagnies aériennes. Les services de douane de l'aéroport utilisent un protocole original d'échantillonnage des passagers. A la sortie de la zone internationale, chaque passager appuie sur un bouton déclenchant un feu bicolore auprès des douaniers. Si le feu passe au vert, le passager franchit la douane sans être contrôlé. Si le feu passe au rouge, il subira un contrôle poussé. En décembre 2016, 435784 passagers ont transité par l'aéroport, et seulement 20% d'entre eux sont sortis par la zone internationale, cela signifie qu'en moyenne, en 24H, un passager passe chaque seconde au poste de douane. Le nouveau protocole permet de réduire considérablement les coûts du contrôle. Le feu passe au rouge selon une loi de Bernoulli dont la probabilité de succès peut être ajustée en fonction du personnel disponible. En outre, ce protocole évite les contrôle en fonction de préjugés subjectifs des douaniers.

Lors d'une phase d'essai, tous les passagers ont subi le contrôle, ce qui a permis d'établir que:

- 4,75 % des passagers transportent des objets ou des denrées prohibées
- le montant moyen des fraudes est de 1000\$ avec un écart-type de 525\$

Une fois le système mis en fonctionnement en janvier 2017, 86400 passagers appuient sur le bouton qui se déclenche avec une probabilité de succès (feu rouge) réglée à 12%. 10190 personnes sont contrôlées dont 508 fraudeurs. Le montant moyen des fraudes est de 1228\$.

On va s'interroger sur la nécessité d'effectuer une deuxième phase d'essai.

- 1) Le montant moyen des fraudes a-t-il évolué par rapport à la phase initiale
- ? Le nombre de personnes effectivement contrôlées apparaît un peu faible
- 2) Est-ce que le système de feu répond bien au réglage de 12% ?

*Posez le problème et le résoudre.*